

MATEMATIKA ÉRETTSÉGI KÖVETELMÉNYRENDSZER

KÖZÉP ÉS EMELT SZINT

Az emelt szintű érettségien a közép szintű tananyag mellett az emelt szintűt is tudni kell. Itt van szóbeli vizsga is!

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

- Legyen képes a tanuló adott szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, szükség esetén matematikai modellt alkotni, a modell alapján számításokat végezni, és a kapott eredményeket értelmezni.
- Legyen képes kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, kijelentések igazságtartalmát megállapítani.
- Lássa az eltéréseket, illetve a kapcsolatokat a matematikai és a mindennapi nyelv között.
- A matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket.
- Legyen jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, s legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldására.
- Ismerje a gráfok jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét, és legyen képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje a halmazelmélet alapvető szerepét a mai matematika felépítésében.

1.1. Halmazok

Közép szint:

Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát.

Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.

Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: egyesítés, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.

Véges halmazok elemeinek száma.

Emelt szint:

Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra.

1.2. Matematikai logika

Közép szint:

Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Ismerje és alkalmazza megfelelően a kijelentés (állítás, ítélet) fogalmát. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza az állítás tagadása műveletet.

Ismerje az „és”, a „(megengedő) vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Értse és használja helyesen az implikációt és az ekvivalenciát. Használja helyesen a „minden”, „van olyan” kvantorokat.

Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a „szükséges”, az „elégséges” és a „szükséges és elégséges” feltétel fogalmát.

Emelt szint:

Alkalmazza tudatosan a nyelv logikai elemeit. Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv. Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.

1.3. Kombinatorika

Közép szint:

Tudjon egyszerű sorba rendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani.

Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.

Emelt szint:

Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk, variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket. Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt.

1.4. Gráfok

Közép szint:

Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.

Emelt szint:

Definiálja a következő fogalmakat: pont, él, fok, út, kör, összefüggő gráf, fa. Ismerje az egyszerű gráf pontjainak foka és éleinek száma, valamint a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.

2. Számelmélet, algebra

- Legyen képes a tanuló betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”.
- Ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő).
- Legyen képes egy adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenség-rendszereket.
- Tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.
- Az *emelt szinten* érettségiző diáknak legyen jártassága az összetettebb algebrai átalakításokat igénylő feladatok megoldásában is.

2.1. Alapműveletek

Közép szint:

Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is). Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).

Emelt szint:

Nincs.

2.2. A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek

Közép szint:

Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatósági alapfogalmakat (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám). Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni.

Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prímszámokat. Tudja a számelmélet alaptételét alkalmazni feladatokban.

Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.

Tudjon más számrendszerek létezéséről. Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből 2 alapú számrendszerbe és viszont. Tudja a helyiértékes írásmód használatát.

Emelt szint:

Tudja pontosan megfogalmazni a számelmélet alaptételét. Tudjon oszthatósági feladatokat megoldani.

Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből n alapú számrendszerbe és viszont.

2.3. Racionális és irracionális számok

Közép szint:

Tudja definiálni a racionális számot és ismerje az irracionális szám fogalmát.

Adott n ($n \in \mathbb{N}$) esetén tudja eldönteni, hogy \sqrt{n} irracionális szám-e.

Emelt szint:

Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám.

2.4. Valós számok

Közép szint:

Valami. Ismerje a valós számkör felépítését (\mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{Q}^* , \mathbb{R}), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát.

Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen. Tudja az abszolútérték definícióját. Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal.

Emelt szint:

Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon.

2.5. Hatvány, gyök, logaritmus

Közép szint:

A hatványozás értelmezése racionális kitevő esetén. Ismerje és használja a hatványozás azonosságait. Definiálja és használja az $\sqrt[n]{a}$ fogalmát. Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.

Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát, valamint a logaritmus azonosságait. Tudjon áttérni más alapú logaritmusra.

Emelt szint:

Ismerje a Permanencia elvet. Irracionális kitevőjű hatvány értelmezése szemléletesen.

Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.

Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait.

Bizonyítsa a logaritmus azonosságait.

2.6. Betűkifejezések

Közép szint:

Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.

Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását:

$$(a + b)^2; (a - b)^2; (a + b)^3; (a - b)^3; a^2 - b^2; a^3 - b^3$$

Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).

Emelt szint:

Tudja alkalmazni feladatokban az $a^n \cdot b^n$, illetve az $a^{2m+1} + b^{2m+1}$ kifejezés szorzattá alakítását.

2.7. Arányosság

Közép szint:

Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat.

Tudjon arányossági feladatokat megoldani.

Százalékszámítással kapcsolatos feladatok megoldása.

Emelt szint:

Nincs.

2.8. Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek

Közép szint:

Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát.

Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése stb.

Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket megoldani.

Kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer megoldása.

Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket megoldani.

Kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszer megoldása.

Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szóveges feladatok megoldásában.

Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját.

Tudja meghatározni a diszkrimináns fogalmát.

Ismerje és alkalmazza a megoldóképletet.

Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét.

Alkalmazza feladatokban a gyöktényező alakot.

Tudjon törtes egyenleteket, másodfokú egyenletre vezető szóveges feladatokat megoldani.

Másodfokú egyenletrendszerek megoldása.

Egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása.

Tudjon $\sqrt{a \cdot x + b} = c \cdot x + d$ típusú egyenleteket megoldani.

Tudjon $|ax + b| = c$ típusú egyenleteket algebrai és grafikus módon, valamint $|ax + b| = cx + d$ típusú egyenleteket megoldani.

Exponenciális és logaritmus egyenletek: Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.

Trigonometrikus egyenletek: Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő feladatokat megoldani.

Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek: Ismerje az egyenlőtlenségek alaptulajdonságait (mérlegelv alkalmazása).

Egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségek és egyszerű egyismeretlenes egyenlőtlenség-rendszerek megoldása.

Emelt szint:

Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani.

Két- és háromismeretlenes elsőfokú egyenletrendszerek megoldása.

Egyszerű kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer megoldása.

Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.

Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket.

Másodfokú paraméteres feladatok megoldása.

Tudjon másodfokúra visszavezethető egyenletrendszereket megoldani.

Értelmezési tartomány, illetve értékészletvizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható feladatok, összetett feladatok megoldása. Tudjon két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani.

Abszolútértékes egyenletek algebrai megoldása.

Tudjon megoldani összetett egyenlőtlenségi feladatokat.

Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes, exponenciális, logaritmus és trigonometrikus) egyenlőtlenségeket megoldani.

2.9. Középtételek, egyenlőtlenségek

Közép szint:

Két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalma, kapcsolatuk, használatuk.

Emelt szint:

Ismerje a szám számított középtételeit (aritmetikai, geometriai, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyokra vonatkozó tételeket.

Bizonyítsa, hogy az $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$ képletet, ha a és b pozitív valós szám.

Tudjon megoldani feladatokat számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján.

3. Függvények, az analízis elemei

- Legyen képes a tanuló a körülötte levő világ egyszerűbb összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni valóságos jelenségek várható lefolyására.
- Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Értse, hogy a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése. Ismerje fel a hozzárendelés formáját, elemezze a halmazok közötti kapcsolatokat.
- Lássa, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a pozitív egész számok halmazán értelmezett függvény. Ismerje a számtani és mértani sorozatot.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák ismerje az analízis néhány alapelemét, amelyekre más szaktudományokban is (pl. fizika) szüksége lehet. Ezek segítségével tudjon függvényvizsgálatokat végezni, szélsőértéket, görbe alatti területet számolni.

3.1. A függvény

Közép szint:

A függvény matematikai fogalma. Ismerje a függvénytani alapfogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékészlet) Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni.

Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén $f(x) = c$ alapján az x -et meghatározni. Ismerje az egy-egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál. Az függvény inverzének fogalma, szemléletes értelmezése (pl. az exponenciális és a logaritmus függvény vagy a geometriai transzformációk).

Emelt szint:

Tudja az alapvető függvénytani fogalmak pontos definícióját. Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát. Összetett függvény fogalma.

3.2. Egyváltozós valós függvények

Közép szint:

Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott (alapvető) függvényeket:

$$f(x) = ax + b; f(x) = x^2; f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c; f(x) = x^3; f(x) = \sqrt{x}; f(x) = |x|; f(x) = \frac{a}{x};$$

$$f(x) = \sin(x); f(x) = \cos(x); f(x) = tg(x); f(x) = a^x; f(x) = \log_a x$$

Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról.

Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével

ábrázolni: $f(x) + c; f(x + c); c \cdot f(x); f(cx)$

Egyszerű függvények jellemzése (grafikon alapján) értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték, periodicitás, paritás szempontjából.

Emelt szint:

Ismerje és tudja ábrázolni az $f(x) = x^n$ függvényt, ahol $n \in \mathbb{N}$. Tudjon a középszinten felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni. Tudja ábrázolni az alapvető függvények transzformáltjainak: $f(x) = a \cdot (b \cdot x + c) + d$ grafikonját. Függvények jellemzése korlátosság szempontjából. A függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében transzformációk segítségével határozza meg. Használja a konvex és konkáv fogalmát a függvények jellemzésére. Egyszerűbb, másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok megoldása.

3.3. Sorozatok

Közép szint:

Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait. Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az a_n -re, illetve az S_n -re vonatkozó összefüggéseket kell használni. Tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.

Emelt szint:

Sorozat jellemzése (korlátosság, monotonitás), a konvergencia szemléletes fogalma. Egyszerű rekurzív képlettel megadott sorozatok. Sorozat jellemzése (korlátosság, monotonitás), a konvergencia szemléletes fogalma.

Egyszerű rekurzív képlettel megadott sorozatok. Ismerje a végtelen mértani sor fogalmát, összegét. Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészletet számolni.

3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei

Közép szint:

Nincs.

Emelt szint:

Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett **határérték** szemléletes fogalmát. A folytonosság szemléletes fogalma.

Tudja a differencia- és **differenciálhányados** definícióját.

Alkalmazza az összeg, konstansszoros, szorzat- és hányadosfüggvény **deriválási szabályait**.

Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.

Tudja bizonyítani, hogy $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$ az $n \in \mathbb{N}$ esetén.

Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.

Alkalmazza a differenciálszámítást:

- érintő egyenletének felírására,
- szélsőérték-feladatok megoldására,
- polinomfüggvények (menet, szélsőérték, alak) vizsgálatára.

Ismerje folytonos függvényekre a határozott **integrál** szemléletes fogalmát és tulajdonságait.

Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton- Leibniz-tételt.

Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz és koszinusz függvény grafikonja alatti területet számolni.

4. Geometria, koordinátageometria, trigonometria

- Tudjon a tanuló síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot - alkalmas síkmetszettel - két dimenzióban vizsgálni.
- Vegye észre a szimetriákat, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni.
- Tudjon a feladatok megoldásához megfelelő ábrát készíteni.
- Tudjon mérni és számolni hosszúságot, területet, felszint, térfogatot, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával.
- Ismerje a geometria szerepét a műszaki életben és bizonyos képzőművészeti alkotásokban.
- Az *emelt szinten* érettségiző diák tudja szabatosan megfogalmazni a geometriai bizonyítások gondolatmenetét

4.1. Elemi geometria

Közép szint:

Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.

Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát.

Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szög párokat.

Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.

Tudja a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát.

Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.

Emelt szint:

Alakzatok távolságának értelmezése.

Parabola fogalma.

4.2. Geometriai transzformációk

Közép szint:

Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságait.

Alkalmazza a feladatokban az eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, egybevágósági transzformációkat. Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben.

Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.

Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimetriáit.

Ismerje a transzformációk leírását, tulajdonságait, alkalmazza azokat.

Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban.

Szakasz adott arányú felosztása.

Hasonló alakzatok felismerése, (pl. háromszögek hasonlósági alapesetei) alkalmazása, arány felírása.

Tudja és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.

Emelt szint:

A geometriai transzformáció mint függvény.

Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának elégséges feltételét. Pont körüli forgatás alkalmazása.

Ismerje és alkalmazza a térbeli egybevágósági transzformációkat (eltolás, tengely körüli forgatás, pontra vonatkozó tükrözés, síkra vonatkozó tükrözés). Ismerje a hasonlósági transzformáció definícióját.

Tudja a merőleges vetítés definícióját, tulajdonságait. Legyen képes ezt gyakorlati példákban alkalmazni (pl. alaprajz értelmezése).

4.3. Síkbeli és térbeli alakzatok**Közép szint:**

Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.

Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.

Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszögegyenlőség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).

Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.

Tudja a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelőző merőleges, szög-felőző, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör). Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.

Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

Ismerje és alkalmazza feladatokban a magasság- és befogótételt.

Ismerje a négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid) és tulajdonságaikat, alkalmazza ismereteit egyszerű feladatokban.

Konvex síknégyszög belső és külső szögeinek összege, alkalmazásuk egyszerű feladatokban.

Ismerje és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket. Tudja a szabályos sokszögek definícióját.

A kör részeinek ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban. Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, s hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.

A szög mérése fokban és radiánban.

Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körcikk területével.

Tudja és alkalmazza feladatokban a Thalész tételt és megfordítását.

Forgáshenger, forgáskúp, gúla, hasáb, gömb, csonkagúla, csonkakúp ismerete, alkalmazása egyszerű feladatokban.

Emelt szint:

Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket (körülrírt és beírt kör középpontja; magasságpont, súlypont, középvonal tulajdonságai).

Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a magasság- és a befogótételt.

Húrnégyszög, érintőnégyyszög tételének ismerete (bizonyítással) és alkalmazása.

A konvex sokszög átlóinak száma, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tétel bizonyítása.

Bizonyítsa, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.

Igazolja és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét. Ismerje és használja a látókör fogalmát.

Bizonyítsa a Thalész-tételt és megfordítását.

4.4. Vektorok síkban és térben**Közép szint:**

Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:

- vektor fogalma, abszolútértéke, nullvektor, ellentett vektor,
- vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa,
- vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságok,
- vektor felbontása összetevőkre.

Skaláris szorzat definíciója; tulajdonságai.

Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:

- vektor koordinátái, a vektor 90° -os elforgatottjának koordinátái,
- vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái,
- skaláris szorzat kiszámítása koordinátákból.

Vektorok alkalmazása feladatokban.

Emelt szint:

A skaláris szorzat koordinátákból való kiszámításának bizonyítása.

4.5. Trigonometria

Közép szint:

Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.

Tudja a szögfüggvények általános definícióját.

Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvénye, püthagoraszi összefüggés.

Tudjon hegyes szögek esetén szögfüggvényeket kifejezni egymásból.

Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (30° , 45° , 60°) szögfüggvényeit.

Tudja és használja a szinusz- és a koszinusztételt.

Tudjon számolásokat végezni általános háromszögben.

Emelt szint:

Tudjon szögfüggvényeket kifejezni egymásból.

Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket [$\sin(\alpha \pm \beta)$, $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta)$].

Bizonyítsa a szinusz- és a koszinusztételt.

4.6. Koordinátageometria

Közép szint:

Tudja \overline{AB} vektor koordinátáit, abszolútértékét.

Két pont távolságának, szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjainak felírása, alkalmazása feladatokban.

A háromszög súlypontja koordinátáinak felírása, alkalmazása feladatokban.

Tudja felírni különböző adatokkal meghatározott egyenesek egyenletét.

Egyenesek metszéspontjának számítása.

Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.

Elemi háromszög- és négyszög-geometriai feladatok megoldása koordinátageometriai eszközökkel.

Adott középpontú és sugarú körök egyenletének felírása.

Kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontjának és sugarának meghatározása.

Kör és egyenes metszéspontjának meghatározása.

A kör adott pontjában húzott érintő egyenletének felírása.

Alkalmazza ismereteit feladatokban.

Emelt szint:

Szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggések igazolása.

Igazolja a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést.

Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból a síkban.

A kör egyenletének levezetése.

A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolata.

Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása, metszéspontjainak felírása.

Külső pontból húzott érintő egyenletének felírása.

A parabola $x^2 = 2py$ alakú egyenletének levezetése.

Feladatok a koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabolákra.

4.7. Kerület, terület

Közép szint:

Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.

Háromszög területének kiszámítása különböző adatokból.

Nevezetes négyszögek területének számítása.

Szabályos sokszögek kerületének és területének számítása.

Kör, körcikk, körszelet kerülete, területe.

Kerület- és területszámítási feladatok.

Emelt szint:

A háromszög területének kiszámítására használt képletek bizonyítása, további összefüggések: $t = r \cdot s$ bizonyítással.

HERON képlet használata. A területképletek bizonyítása.

4.8. Felszín, térfogat

Közép szint:

Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.

Hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csomagúla és csomagkúp felszínének és térfogatának kiszámítása képletbe való behelyettesítéssel.

Emelt szint:

Térgeometriai feladatok megoldása.

5. Valószínűség-számítás, statisztika

Ebben a témakörben középszinten csak az alapfogalmak megértését és használatát követeljük meg, míg emelt szinten a téma matematikai felépítésének egyes részéről is számot kell adni. E fejezet követelményrendszere két ellentétes tendencia közötti kompromisszum jegyében született, mely szerint alapvető társadalmi szükség mutatkozik a téma iránt, miközben a tanításban elfoglalt helye ma még igencsak periférikus.

5.1. Leíró statisztika

Közép szint:

Tudjon adott adathalmazt szemléltetni.

Tudjon adathalmazt táblázatba rendezni és táblázattal megadott adatokat feldolgozni.

Értse a véletlenszerű mintavétel fogalmát.

Tudjon kördiagramot és oszlopdiagramot készíteni.

Tudjon adott diagramról információt kiolvasni.

Tudja és alkalmazza a következő fogalmakat: osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság.

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat:

- aritmetikai átlag (súlyozott számtani közép),

- medián (rendezett minta közepe),

- módusz (leggyakoribb érték).

Ismerje és használja a következő fogalmakat: terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.

Szórás kiszámolása adott adathalmaz esetén számológéppel.

Tudjon adathalmazokat összehasonlítani a tanult statisztikai mutatók segítségével.

Emelt szint:

Tudjon hisztogramot készíteni, és adott hisztogramról információt kiolvasni.

Ismerje az adathalmazok egyesítése és átlaguk közötti kapcsolatot.

5.2. A valószínűségszámítás elemei

Közép szint:

Véges sok kimenetel esetén szimmetriamegfontolásokkal számítható valószínűségek (egyenlő esélyű elemi eseményekből) egyszerű feladatokban.

Esemény, eseménytér konkrét példák esetén.

A klasszikus (Laplace)-modell ismerete.

Szemléletes kapcsolat a relatív gyakoriság és a valószínűség között.

Valószínűségek kiszámítása visszatevéses mintavétel esetén, binomiális eloszlás.

Emelt szint:

Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: események egyesítésének, metszetének és komplementerének valószínűsége, feltételes valószínűség, függetlenség, függőség.

A nagy számok törvényének szemléletes tartalma (nagyobb n-ekre valószínűbb, hogy $|k/n - p| < \delta$).

Geometriai valószínűség.

A binomiális eloszlás (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlás (visszatevés nélküli modell) tulajdonságai és ábrázolása.

Várható érték, szórás fogalma és kiszámítása a diszkrét egyenletes és a binomiális eloszlás esetén.

A binomiális eloszlás alkalmazása. A minta relatív gyakoriságának becslése a sokaság paraméterének ismeretében.